



Simulação computacional de estrutura com múltiplas trincas utilizando o Método dos Elementos Finitos Generalizados.

Alicia Luna de Souza¹, Gelson de Sousa Alves²

¹ Universidade Federal do Piauí, Departamento de Estruturas, Centro de Tecnologia, Campus Universitário Ministro Petrônio Portela, alicialsouza@gmail.com, 64049-550, Teresina- PI, Brasil;

² Universidade Federal do Piauí, Departamento de Estruturas, Centro de Tecnologia, Campus Universitário Ministro Petrônio Portela, gelson@ufpi.edu.br, 64049-550, Teresina - PI, Brasil.

alicialsouza@gmail.com, gelson@ufpi.edu.br

Abstract

The occurrence of pathological manifestations in structural elements is usually related to failures during the construction process. Therefore, the present work aims to analyze two models that present cracks in their structure in order to verify how the displacement field is affected by the presence of defects, using the Finite Element Method (FEM) and the Generalized Finite Element Method (GFEM), and to study the influence of cracks on the performance of the structure. The first model, of an elastic plate with a crack in the center, was simulated using computational coded developed in MatLab to extract the displacements of the structure and compare the results of each method, in order to validate the implementation of the GFEM. In the second model corresponding to a beam with three cracks, the displacements and their variation as a function of the crack size were verified, analyzing and comparing the results and the efficiency of the two methods. Finally, it was found that the displacement of the structure increased due to the presence of cracks, especially for larger crack sizes, also observing the excellent performance of the GFEM and the easy modeling of fracture mechanics problems, when compared to the results and simulations carried out in the FEM. Furthermore, the difference in the results with and without enrichment of the nodes of the elements after the crack tip was also measured, noting that, the second scheme provides more realistic results. The study and comparison of the FEM and the GFEM, and the analysis of the influence of cracks on structural elements can help to avoid greater structural damage, in addition to supporting future studies on the problem.

Keywords: Crack. Structures. FEM. GFEM. Displacement.

Resumo

A ocorrência de manifestações patológicas em elementos estruturais geralmente está relacionada às falhas cometidas na realização de uma ou mais etapas da construção. Diante disso, o presente trabalho tem como objetivo analisar dois modelos que apresentam trincas em sua estrutura com o intuito de verificar o deslocamento acometido pelo microdefeito, simulando-os pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) e Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG), além de analisar a influência que a trinca exerce sobre o desempenho da estrutura. O primeiro modelo, de uma chapa elástica com uma trinca no centro, foi realizado utilizando um código computacional implementado em MatLab para que fossem extraídos os deslocamentos da estrutura e comparados os resultados de cada método, de modo a verificar o funcionamento adequado do MEFG. No segundo modelo de uma viga com três trincas, verificou-se os deslocamentos e a sua variação em função do tamanho da trinca, analisando e comparando os resultados e a eficiência dos dois métodos. Por fim, verificou-se que o deslocamento da estrutura aumentou a partir do aparecimento e do aumento de tamanho da trinca, observando também o ótimo desempenho do MEFG e a facilidade encontrada na simulação da trinca, quando comparado aos resultados e simulações realizadas no MEF. Ademais, aferiu-se também a diferença dos resultados com e sem o enriquecimento dos nós dos elementos imediatamente após a ponta da trinca, constatando que o não enriquecimento possibilita a obtenção de resultados mais próximos da realidade. O estudo e comparação do MEF e MEFG além da análise da influência de trincas em elementos estruturais podem ajudar a evitar danos estruturais maiores, além de embasar futuros estudos acerca do problema.

Palavras-chave: *Trinca. Estruturas. MEF. MEFG. Deslocamento.*

1 Introdução

A ocorrência de manifestações patológicas em elementos estruturais está relacionada às falhas cometidas na realização de uma ou mais etapas da construção. Segundo a literatura, uma das patologias mais recorrentes em estruturas são as trincas (Figura 1), aberturas em forma de linha que aparecem superficialmente em materiais sólidos e que são oriundas da ruptura de parte da massa do corpo, apresentando espessuras que variam de 0,5mm a 1,00mm [2].

A partir disso, a análise do comportamento de trincas em estruturas se torna indispensável, uma vez que pode interferir em seu desempenho e causar danos irreparáveis.

Para resultados numéricos satisfatórios e bem aproximados da realidade, deve-se utilizar análises computacionais, proporcionando assim, resultados mais confiáveis.



Figura 1. Demonstração de fissuras no centro da viga indicando tração na face inferior da peça por imposição de flexão simples [1].

Diferentes métodos numéricos vêm adquirindo relevância e sendo cada vez mais utilizados na resolução de problemas estruturais específicos através da análise computacional. Dentre esses, o Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) se sobressai, uma vez que oferece condições propícias para reduzir ou até mesmo eliminar as limitações encontradas nos métodos convencionais, no que diz respeito ao refinamento e readequação da malha, como o Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEFG trabalha com funções de enriquecimento que otimizam a aproximação dos resultados e viabilizam modelagens mais aperfeiçoadas em alguns casos [3].

Assim, a escolha do método a ser aplicado na análise estrutural impactará diretamente na qualidade dos resultados. Dessa forma, a utilização do MEFG na simulação computacional da estrutura com múltiplas trincas propiciará condições mais favoráveis para a resolução do problema facilitando a análise. Isto é, para uma solução mais realista, sem muitas limitações na modelagem, o método generalizado surge como um recurso mais conveniente para o problema em questão. Apesar do MEF ter sua teoria já consolidada na literatura, com ampla experimentação e confirmação de resultados, tornando-se um dos métodos mais utilizados na análise de estruturas, o MEFG proporcionará uma performance mais adequada, auxiliando na obtenção de um resultado mais real para o problema na presença de múltiplas trincas em estruturas.

Há diversos estudos que retratam a presença de trincas em estruturas utilizando o Método dos Elementos Finitos Generalizados. No entanto, esses estudos utilizam abordagens e métodos diferenciados para a solução. Evangelista Jr. et al. [4] aborda a utilização da função Heaviside em uma estrutura de elementos finitos generalizada que também simula trincas, no entanto, aplica uma estratégia global-local que analisa a propagação da trinca por meio de uma lei de danificação em modelos de danos contínuos não lineares.

Já o trabalho de Moreira [5] trata da implementação de um modelo de dano contínuo e um modelo de dano contínuo-descontínuo que simula numericamente a resistência de membros estruturais sob falhas baseado em uma lei de evolução de dano utilizando parâmetros físicos obtidos por meio de ensaios de resistência e fratura. Além desses, Fonseca et al. [6] aborda o estudo da presença de trincas em estruturas de maneira diferente, em que utiliza o MEFG para avaliar soluções de problemas bidimensionais com o microdefeito utilizando estratégias de enriquecimento como funções polinomiais e de singularidade, além de funções numericamente obtidas através da solução de outro problema de valor de contorno, chamado de enriquecimento global-local.

O presente artigo tem como objetivo analisar uma estrutura com múltiplas trincas no regime elástico linear, utilizando um código computacional baseado no MEFG implementado em MatLab. Será avaliado o deslocamento da estrutura com e sem a presença das trincas, comparando os resultados obtidos com uma simulação a ser realizada pelo MEF tradicional, a qual descreverá os aspectos relacionados à otimização na modelagem e simulação dos modelos pelo MEFG. Além disso, será abordada de maneira simplificada através dos resultados encontrados, a influência das trincas na viga e serão propostas soluções para os possíveis problemas estruturais ocasionados pela presença desses microdefeitos evitando danos maiores.

2 Fundamentação Teórica

Para entender o processo de modelagem computacional, é necessário primeiramente compreender sobre os Métodos de Elementos Finitos e suas derivações, uma vez que esses métodos servirão como base para a programação dos elementos finitos em MatLab. Ademais, conhecer sobre os métodos e dominar suas particularidades ajuda a assimilar o processo de

desenvolvimento e estudo do problema, propiciando ainda um diagnóstico mais preciso acerca da situação.

2.1 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos corresponde a um artifício de análise numérica bastante utilizado na verificação estrutural. Com uma vasta experimentação e comprovação de resultados por meio da literatura científica, sua utilização é ampla devido a facilidade de implementação quando comparado a outros métodos numéricos. A ideia base do método reflete em discretizar o corpo (sistema contínuo) em vários subdomínios, conhecidos por elementos finitos, cujos vértices são denominados nós, tornando o modelo discreto [7].

Posto isto, o conjunto dos nós e elementos constitui a malha de elementos finitos (sistema discreto), o que possibilita a aproximação da solução dentro do domínio por meio da interpolação de valores nodais. Cada elemento finito representa uma fração da rigidez total do corpo. Dessa forma, torna-se possível determinar uma matriz de rigidez para cada elemento em função do material constituinte e das propriedades geométricas [7].

Assim, a matriz de rigidez global do corpo é feita pela superposição ou soma da matriz de rigidez de cada elemento finito. Com isso, para determinar a aproximação para o campo dos deslocamentos, $\mathbf{u}(\mathbf{x})$, utiliza-se a seguinte Equação 1:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}_i \quad (1)$$

Em que n são os números de nós, $N_i(\mathbf{x})$ diz respeito às funções de forma do elemento finito e \mathbf{u}_i são os deslocamentos relacionados aos graus de liberdade da estrutura. Sabe-se que as funções de forma $N_i(\mathbf{x})$ possuem valor unitário no nó x_i e zero nos demais nós, além do somatório das funções de forma em cada elemento ser igual à unidade, o que concerne à propriedade da partição de unidade [5].

2.2 Método dos elementos finitos generalizados

O método dos elementos finitos generalizados (MEFG) é consolidado na literatura científica como uma ferramenta útil para a resolução de modelos estruturais complexos

utilizando uma abordagem aproximada para representar a propagação de microdefeitos, como trincas, por exemplo. Este método é utilizado para modelar descontinuidades presentes em uma malha de elementos finitos padrão, também baseado no princípio da partição da unidade, mas que necessita de funções de enriquecimento para complementar as funções de forma tradicionais dos elementos finitos, o que representa o comportamento e a existência da trinca na estrutura [8].

O MEFG retrata a presença de descontinuidade no campo de deslocamentos da estrutura em análise. Essa representação não se dá pelo refinamento da malha, mas sim, como dito anteriormente, pelo enriquecimento da função de forma associada aos nós próximos a essa descontinuidade do corpo com funções já conhecidas. Para incorporar uma descontinuidade no campo de deslocamento é preciso, primeiramente, caracterizar as propriedades cinéticas do corpo cortado pela trinca.

A cinemática do salto de deslocamento determina como é feita a discretização da trinca em um corpo (V). Para isso, ele é dividido em dois domínios, um positivo (V^+) e outro negativo (V^-), decompondo o campo de deslocamento em duas partes, uma contínua e outra descontínua (Figura 2). Essa divisão configura matematicamente a discretização da trinca S_d , isto é, uma vez que a trinca “dá um salto”, a descontinuidade é introduzida por uma função Heaviside na superfície descontínua e por funções contínuas no domínio V , sendo o valor do salto dado pelo deslocamento, ou seja, a soma de ambas as partes do corpo [5].

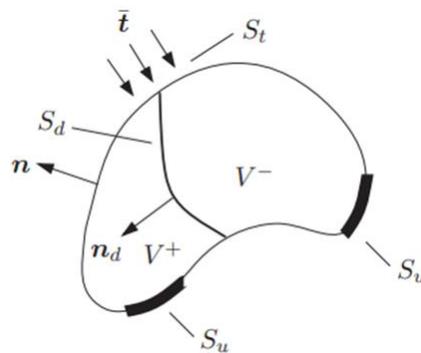


Figura 2. Corpo V cortado pela descontinuidade S_d [9].

Em que:

\bar{t} = vetor carregamento;

S_t = contorno em que o carregamento é aplicado;

S_u = contorno da restrição de deslocamento;

\mathbf{n}_d = vetor normal à superfície da trinca;

\mathbf{n} = vetor normal à superfície do corpo.

A formulação do MEFG é baseada no conceito de partição de unidade (PU). A partir disso, uma aproximação genérica $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ é obtida por meio da combinação linear das funções de forma. Dessa forma, a Equação 2 representa a aproximação do método em função do deslocamento.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n N_j(\mathbf{x}) \left\{ \mathbf{u}_j + \sum_{i=2}^q L_{ji}(\mathbf{x}) \mathbf{b}_{ji} \right\} \quad (2)$$

Em que n está relacionado ao número de nós, q diz respeito ao número de funções de enriquecimento e \mathbf{u}_j e \mathbf{b}_{ji} são os graus de liberdade nodais relacionados com cada função de forma $N_j(\mathbf{x})$ do Método dos Elementos Finitos (MEF) e $N_j(\mathbf{x}) \cdot L_{ji}(\mathbf{x})$ do Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG), respectivamente [5]. Em que $L_{ji}(\mathbf{x})$ representa as funções de enriquecimento.

2.2.1 Funções de enriquecimento de trincas

As funções de enriquecimento de trincas são aplicadas no Método dos Elementos Finitos Generalizados para representar uma descontinuidade no corpo, ajudando a desenvolver o método de forma mais eficaz e a prevenir ou solucionar problemas estruturais advindos do aparecimento dessas trincas. Ou seja, por meio da estratégia de enriquecimento torna-se possível a discretização das trincas na análise do MEFG, representando-as no meio material através da abordagem cinemática, sem a necessidade de alterações na geometria ou nível de refinamento da malha.

Segundo Khoei [3], a presença de um salto no campo de deslocamento refere-se à presença de descontinuidade, que pode ser tipicamente observada em problemas de fissuras. Isto é, o deslocamento de um lado da trinca é completamente diferente do campo de deslocamento do outro lado da trinca, podendo definir a cinemática com base na função Heaviside. Esta função é uma das mais utilizadas para modelar a descontinuidade da trinca, resumindo-se em duas maneiras: uma em que H é a função de distância com sinais opostos (Equação 3); e outra, em que é conhecida principalmente como função degrau de Heaviside

comum, representando a descontinuidade no campo de deslocamentos dentro de elementos finitos (Equação 4).

$$H = \begin{cases} -1 & \text{se } Z(x, y) < 0 \\ +1 & \text{se } Z(x, y) > 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$H = \begin{cases} 0 & \text{se } Z(x, y) < 0 \\ 1 & \text{se } Z(x, y) > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Em que $Z(x, y) = 0$ diz respeito à equação da linha da trinca. A função H diz respeito à função de enriquecimento que caracteriza a descontinuidade, no qual é representada pela função L_{ji} mostrada na Equação 2.

Fundamentado nisso, o presente trabalho realizou a simulação computacional de uma estrutura com múltiplas trincas utilizando o Método dos Elementos Finitos Generalizados enriquecido pela função Heaviside, analisando de forma numérica e aproximada os efeitos da presença de trincas em um corpo rígido.

2.2.2 Enriquecimento dos nós

De acordo com Moreira [5], a utilização do MEFG na implementação do problema para a análise estrutural apresenta particularidades quando comparado ao MEF convencional. Dentre essas individualidades do método está o enriquecimento dos nós. Vale ressaltar que nem todos os nós são enriquecidos, e sim apenas os que estão ao redor das descontinuidades simuladas. Isto é, são enriquecidos apenas os nós pertencentes ao elemento que a trinca passa, não sendo enriquecidos os nós dos elementos que não contenham trincas, uma vez que o campo do salto de deslocamento é zero, como ilustrado na Figura 3.

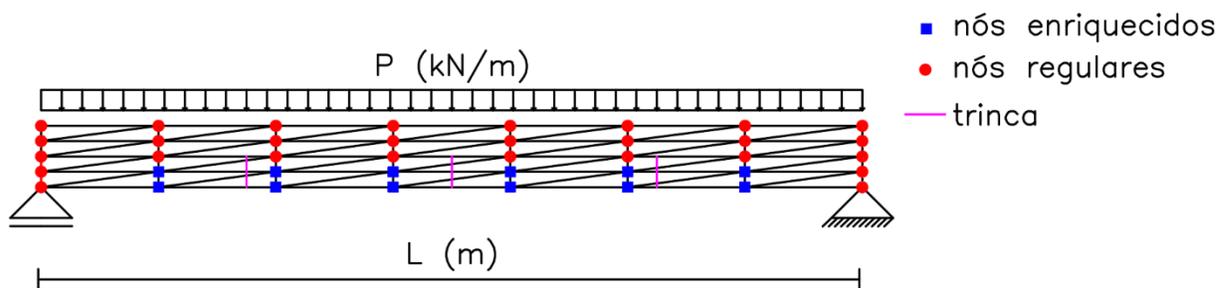


Figura 3. Representação das trincas e processo de enriquecimento dos nós.

2.2.3 Integração Numérica

A partir do que foi explanado nos tópicos anteriores, entende-se que os elementos pertencentes ao corpo são atravessados pelas descontinuidades (trincas) e divididos ainda em subdomínios enriquecidos. Para garantir que as funções de forma permaneçam linearmente independentes, é necessário que haja um esquema especial de integração da matriz de rigidez do elemento, ocorrendo apenas sobre uma parte do elemento em que a trinca o atravessa [5].

Nesta pesquisa, os elementos que são atravessados pela descontinuidade terão seus domínios V^+ e V^- divididos em subdomínios triangulares, como observado na Figura 4 a seguir. Em cada subdomínio é aplicado a quadratura de Gauss com um ponto de integração, uma vez que o elemento utilizado nas análises possui uma aproximação linear, o que torna suficiente para a realização da integração numérica. No caso em que os elementos não são cortados pela descontinuidade será utilizado a quadratura de Gauss padrão.

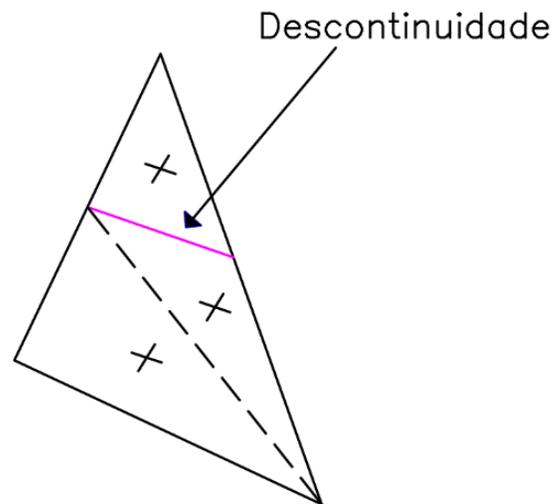


Figura 4. Elemento triangular linear atravessado por uma descontinuidade, com a quadratura de Gauss com um ponto de integração.

3. Simulação Computacional pelo MEF e MEFG

Para o desenvolvimento deste estudo foram analisados dois modelos com o intuito de investigar o desempenho da simulação feita por meio do MEFG e compará-lo com o MEF. O primeiro modelo diz respeito à modelagem de uma chapa elástica com uma trinca no centro, tendo como base o exemplo 2.8.3 do livro *Extended finite element method: theory*

and applications do autor Amir R. Khoei [3]. Nesse exemplo, a trinca é representada explicitamente por dois nós na mesma coordenada no MEF e implicitamente por funções de enriquecimento no MEFG. A chapa é modelada utilizando os dois métodos para que no fim se compare os resultados e analise a diferença entre eles.

No segundo modelo, foi analisada uma viga elástica linear pelo MEF e MEFG para obtenção dos deslocamentos. Antes disso, por meio de equações analíticas, o deslocamento máximo admitido pela viga sem defeitos do modelo foi calculado para que, posteriormente, fosse comparado com as simulações dos métodos de elementos finitos. A malha utilizada durante o processo foi gerada a partir de um teste de convergência de malhas para a estrutura sem a trinca, admitindo para a simulação aquela que obtivesse o menor erro relativo frente aos dados de referência.

Com isso, foram verificados os resultados da simulação da viga com múltiplas trincas pelo MEF e MEFG. Dessa forma, foi possível mensurar a diferença de deslocamento da viga com e sem a trinca, por meio de resultados similares à realidade, além de poder comparar os resultados obtidos entre os dois métodos. Por fim, a simulação tornou possível verificar a influência das trincas na viga e os possíveis problemas estruturais que podem ser desencadeados, possibilitando a proposta de soluções simplificadas e consistentes para o problema. Ressalta-se ainda que a trinca é caracterizada explicitamente por dois nós de mesma coordenada no MEF e implicitamente por funções de enriquecimento no MEFG, assim como no primeiro modelo.

3.1 *Chapa elástica com uma trinca no centro*

Para ilustrar o desempenho da formulação do MEFG para um problema bidimensional, foi utilizada uma chapa elástica com uma descontinuidade forte no centro, representando a trinca. Como propriedades dos materiais da chapa tem-se que o módulo de elasticidade equivale a $E = 2 \cdot 10^7 N/cm^2$ e o coeficiente de Poisson corresponde a $\nu = 0,3$. Com relação à geometria da barra, tem-se um comprimento de 60 cm e largura de 20 cm.

A chapa está submetida a uma condição de contorno de deslocamento $\mu_0 = 1 \text{ cm}$ na borda direita e, para modelar a descontinuidade na chapa, empregou-se a função de sinal Heaviside (Equação 3) considerando os graus de liberdade enriquecidos nos pontos nodais

do elemento. As condições de contorno e malhas do MEFG e MEF são representadas na Figura 5.

O problema foi modelado por elementos triangulares utilizando funções de forma padrão (MEF) e funções de forma de enriquecimento (MEFG). A solução do sistema desenvolvido pelo MEFG resulta em um padrão enriquecido dos deslocamentos nodais ao longo da chapa elástica, assim como pelo sistema solucionado pelo MEF.

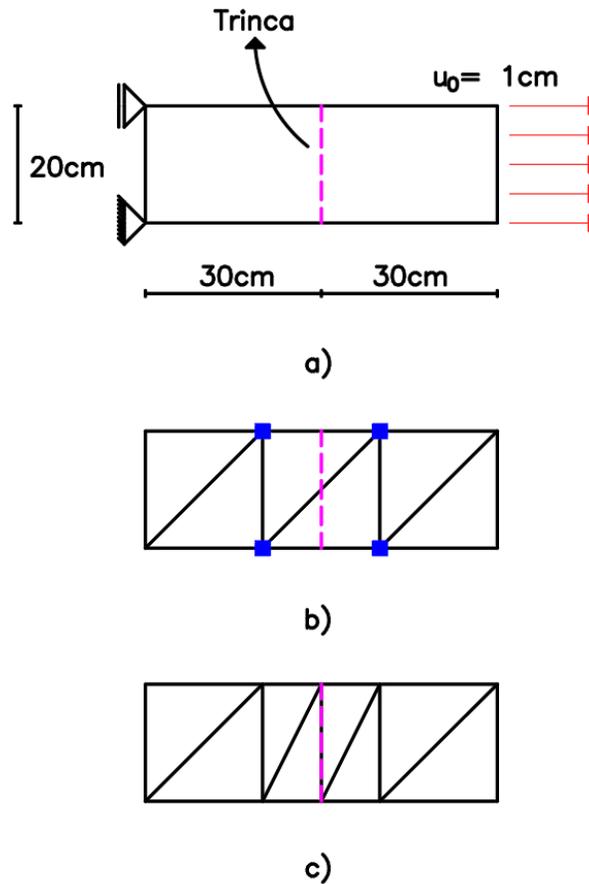


Figura 5. Chapa elástica com trinca no centro; a) Geometria e condições de contorno; b) Malha do MEFG; c) Malha do MEF.

Nota-se que no MEF a trinca deve ficar alinhada à aresta dos elementos finitos da malha (Figura 5c), enquanto no MEFG a trinca corta os elementos (Figura 5b), evidenciando uma vantagem pertinente, já que o método permite modelar a malha com a trinca em qualquer lugar, sem ser necessário remodelar para alinhar a trinca à aresta, facilitando os processos para encontrar a solução.

As soluções dos deslocamentos ao longo do comprimento da chapa foram plotadas no gráfico, representado na Figura 6, a fim de facilitar a comparação entre os métodos. Vale ressaltar o ótimo desempenho do MEFG com o uso da função de enriquecimento Heaviside, tendo em vista que o processo habitualmente utilizado e mais conhecido concerne ao Método dos Elementos Finitos.

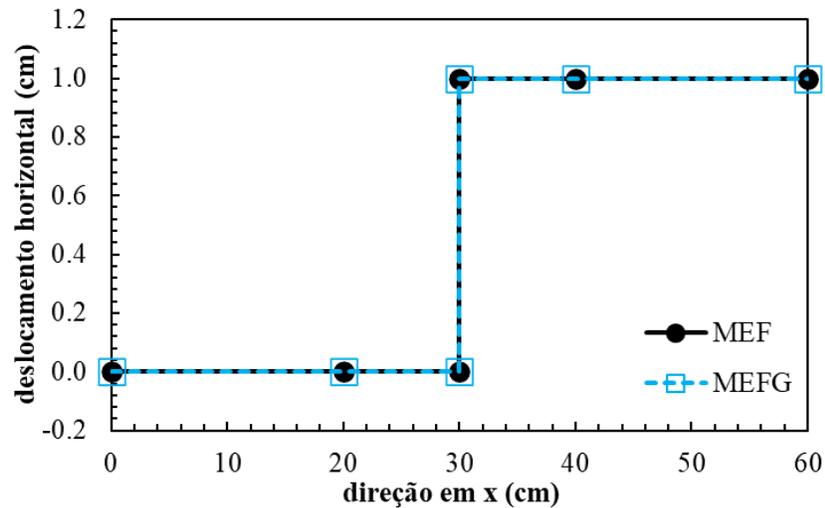


Figura 6. Comparação entre as soluções de deslocamentos do MEF e MEFG ao longo da chapa elástica com uma interface de trinca no centro.

3.2 Viga simplesmente apoiada com múltiplas trincas

A viga em questão (Figura 7) diz respeito a uma estrutura de madeira compensada, de longa duração, 1ª categoria, classe de umidade 3 e do tipo dicotiledônea.

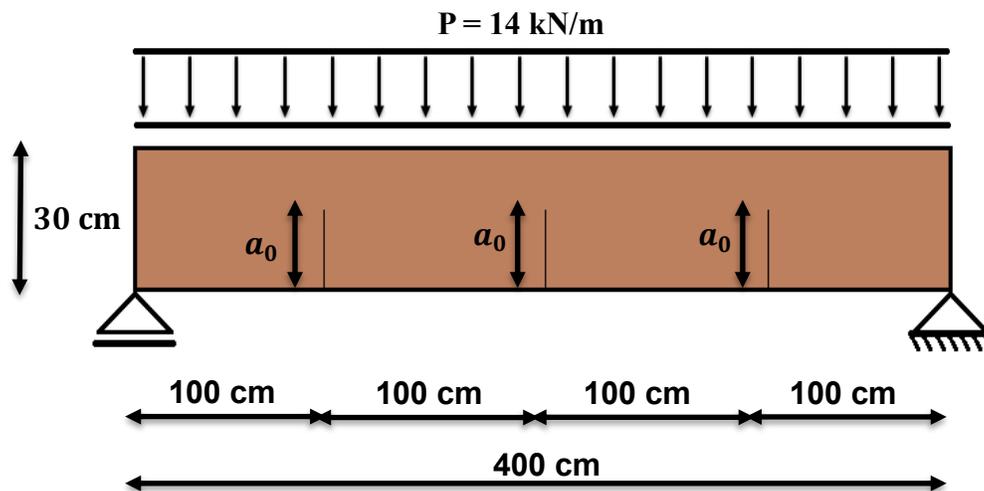


Figura 7. Viga de madeira biapoiada com carregamento distribuído com múltiplas trincas.

Além disso, a viga possui quatro metros de comprimento, seção transversal de 15x30 cm e assume um carregamento distribuído de P de 14 kN/m, devido ao peso próprio, carregamentos permanentes e acidentais. Ademais, possui módulo de elasticidade de aproximadamente 8000 MPa. A variável a_0 refere-se ao comprimento da trinca.

Diante disso, foi calculado o resultado do deslocamento limite permitido pela NBR 7190 [10] para vãos entre apoios em construções correntes (Equação 5) e o deslocamento máximo na viga, localizado no meio do vão, na ausência de trincas (Equação 6), a fim de tê-lo como base para a análise. Ressalta-se que o valor limite considerado nesta pesquisa diz respeito apenas à flecha imediata, desconsiderando o efeito de fluência.

$$V_{lim} = \frac{L}{200} = \frac{4000}{200} = 20 \text{ mm} \quad (5)$$

$$V_{m\acute{a}x} = \frac{5Pl^4}{384 EI} = \frac{5 \cdot 14 \cdot 4000^4}{384 \cdot 8000 \cdot \frac{150 \cdot 300^3}{12}} \quad \therefore \quad V_{m\acute{a}x} = 17,2840 \text{ mm} \quad (6)$$

Em que:

V_{lim} = deslocamento limite;

$V_{m\acute{a}x}$ = deslocamento máximo;

L = comprimento;

P = carregamento distribuído;

E = módulo de elasticidade;

I = inércia.

Observa-se que o deslocamento provocado na viga sem a trinca está abaixo do limite imposto pela norma. A partir disso, foi modelada a viga sem trinca pelo MEF a fim de realizar o teste de convergência da malha para validar a formulação do método implementado e verificar o nível de discretização necessário para representar adequadamente o problema. A Figura 8 a seguir ilustra uma das malhas utilizadas no teste de convergência com as subdivisões $n_x=8$ e $n_y=4$, em que cada retângulo se divide em dois triângulos, para facilitar o entendimento sobre as simulações realizadas.

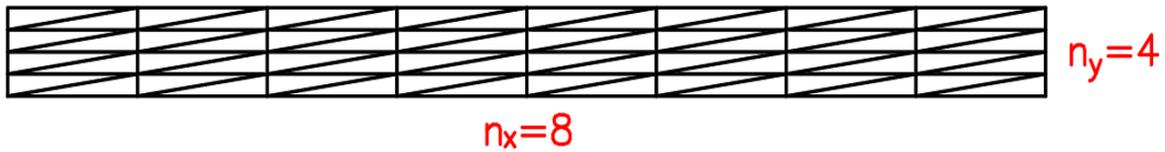


Figura 8. Malha com subdivisões $n_x = 8$ e $n_y = 4$.

A Tabela 1 abaixo dispõe de todas as malhas simuladas para o teste de convergência, apresentando o número de graus de liberdade (NGL), subdivisões, deslocamentos e erros relativos (ϵ_r) de cada malha. A Figura 9 a seguir, ilustra um gráfico que relaciona o NGL e o ϵ_r para melhor análise e compreensão.

Tabela 1. Teste de convergência de malhas de elementos finitos para a viga sem trincas.

SUBDIVISÕES		NGL	DESLOCAMENTO (mm)	ϵ_r (%)
n_x	n_y			
8	4	90	3,9706	77,03%
16	4	170	8,9201	48,39%
16	8	306	9,3988	45,62%
32	8	594	14,1078	18,38%
32	16	1122	14,4030	16,67%
64	8	1170	16,1497	6,56%
64	16	2210	16,5400	4,30%
128	8	2322	16,7714	2,97%
128	16	4386	17,1986	0,49%

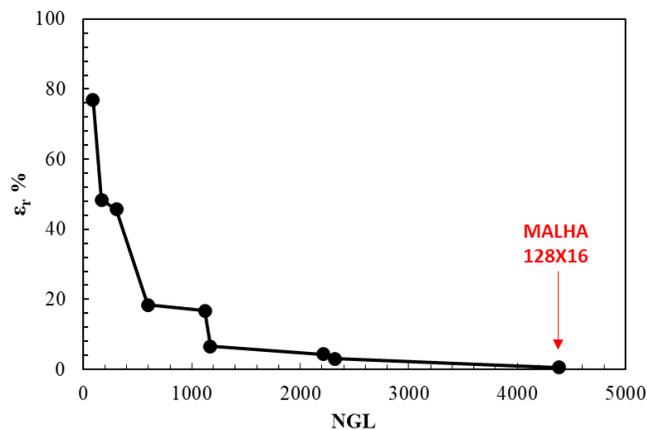


Figura 9. Teste de convergência de malhas de elementos finitos para a viga sem trincas.

A malha 128x16 obteve o melhor desempenho. Diante disso, foi utilizada para simular as múltiplas trincas na viga pelo MEF de modo que a trinca fique alinhada ao elemento. A Figura 10 a seguir retrata a malha 128x16 com uma trinca de 150 mm para demonstrar como é feita a simulação da viga com as múltiplas trincas pelo MEF. Nota-se que a trinca segue alinhada ao elemento, característica que deve ser seguida para que seja possível a simulação da malha. Já a Figura 11 retrata a viga, com a especificação dos nós, utilizando uma malha de 127x16, com uma trinca de 150 mm de comprimento cortando o elemento, situação essa encontrada na simulação do MEFG.

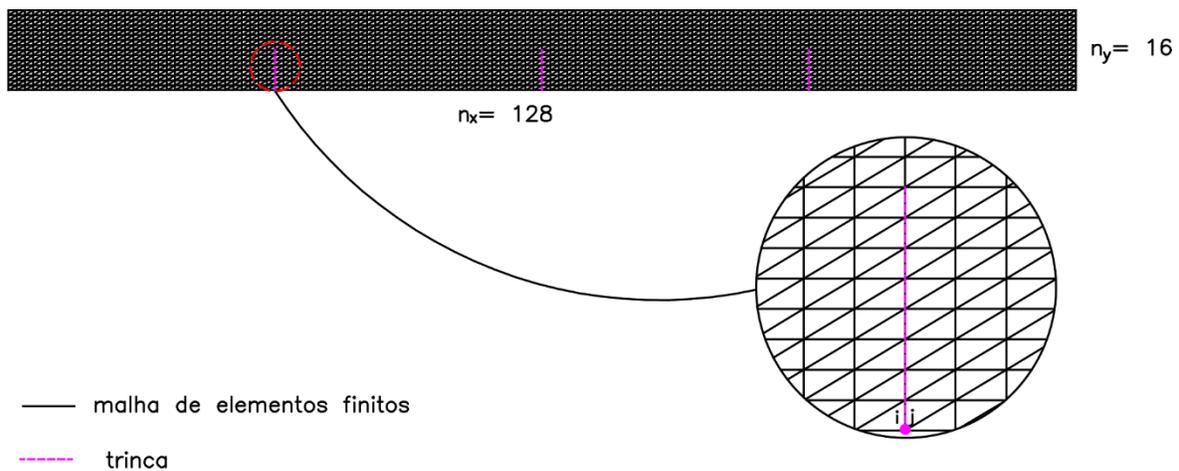


Figura 10. Malha de viga simulada pelo MEF com trinca de 150 mm.

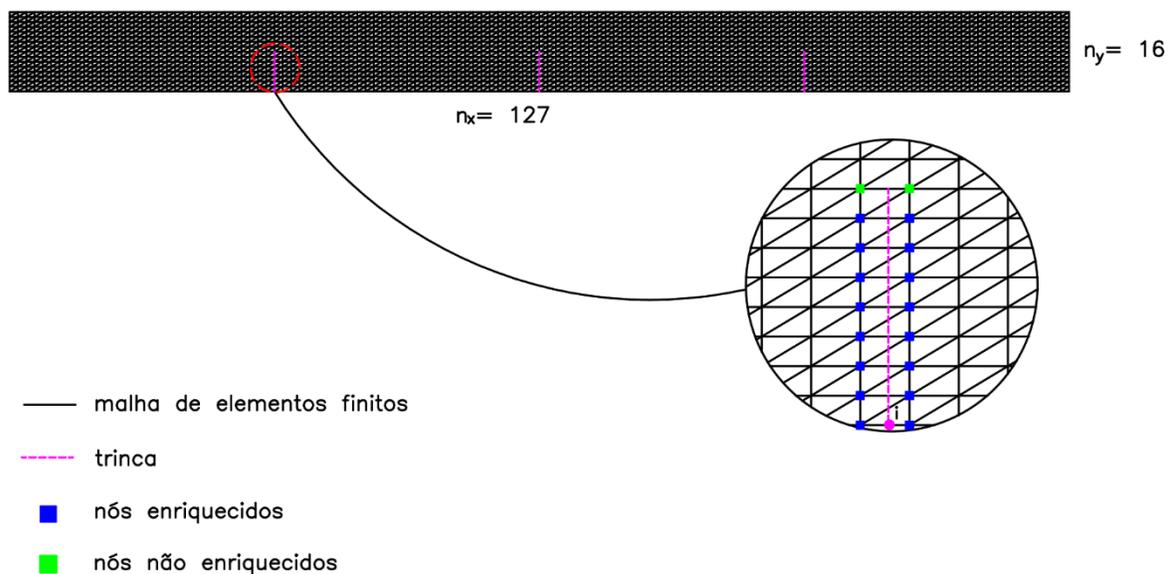


Figura 11. Malha de viga simulada pelo MEFG com trinca de 150 mm.

Baseado nisso, a viga com múltiplas trincas foi simulada de modo que fosse encontrado o deslocamento máximo sob o efeito das trincas. Após o processo, utilizando a malha regular de 128x16 e assumindo o tamanho das trincas $a_0 = 75\text{mm}$ e $a_0 = 150\text{mm}$, foi criada a Tabela 2 que reúne os números de graus de liberdade (NGL), utilizados nas simulações feitas pelo MEF e MEFG. Destaca-se que a malha utilizada na simulação da viga com múltiplas trincas pelo MEFG com as trincas cortando o elemento possui uma subdivisão n_x a menos que a malha utilizada no MEF para que fosse possível simular as trincas cortando o elemento e não simplesmente alinhada a ele.

Tabela 2. NGL das malhas 128x16 e 127x16 com trincas para $a_0 = 75\text{mm}$; 150mm no MEF e MEFG, respectivamente.

	$a_0 = 75\text{ mm}$	$a_0 = 150\text{ mm}$
MEF	4410	4434
MEFG	4400	4448

Observa-se, a partir dos dados expostos na Tabela 2, que o número de graus de liberdade na malha do MEF é próximo daquele verificado para a malha do MEFG. Além disso, é possível perceber que a presença de trincas provoca um aumento no número de graus de liberdade da malha adotada, ainda que as dimensões dos elementos sejam as mesmas (Tabela 1). O que é de se esperar, já que no MEF o NGL é aumentado devido a duplicidade de nós na trinca e, no MEFG, em razão dos nós enriquecidos que representam implicitamente a trinca.

A Tabela 3 exhibe os resultados encontrados para a malha 127x16 do MEFG e para a malha 128x16 do MEF com o intuito de facilitar a comparação entre os resultados dos diferentes métodos. Vale ressaltar que o resultado obtido pelo MEF está sendo utilizado como referência para o cálculo do erro relativo.

Tabela 3. Resultados dos deslocamentos máximos, em milímetros, encontrados na viga com múltiplas trincas por meio do MEF e MEFG para diferentes valores de a_0 .

$a_0 = 75\text{ mm}$			$a_0 = 150\text{ mm}$		
MEF	MEFG	ϵ_r	MEF	MEFG	ϵ_r
19,8605	19,6493	1,06%	32,2425	31,2711	3,01%

A partir dos resultados exibidos na Tabela 3, observa-se que, em ambos os métodos, o deslocamento aumenta à medida que o tamanho da trinca aumenta. Além disso, observa-se ainda que os deslocamentos encontrados para o mesmo tamanho de trinca simulado pelo MEF e MEFG estão próximos, validando a eficácia do Método dos Elementos Finitos Generalizados. Destaca-se que a função de enriquecimento utilizada não contempla os nós pertencentes aos elementos posteriores à trinca, como já comentado.

Além do mais, os deslocamentos para a trinca com $a_0 = 75$ mm estão abaixo do limite admitido pela NBR 7190 [10] de 20mm, excluindo a fluência. No entanto, para as trincas com $a_0 = 150$ mm, o valor do deslocamento ultrapassou o limite permitido, evidenciando a periculosidade da propagação da trinca, uma vez que o aumento de seu tamanho acarreta situações propícias ao colapso da estrutura. Além disso, identifica-se ainda a eficiência do MEFG na simulação de múltiplas trincas, uma vez que o seu processo facilita a representação de estruturas e microdefeitos, proporcionando a obtenção rápida e eficaz de resultados realistas que podem ser utilizados na análise e resolução de problemas de engenharia.

Além da simulação da viga com múltiplas trincas pelo Método dos Elementos Finitos Generalizados com a_0 assumindo diferentes valores, houve também a simulação da malha com os nós dos elementos situados logo após a ponta da trinca enriquecidos, ilustrados na Figura 11 em verde, a fim de verificar a influência do enriquecimento. A Tabela 4 a seguir apresenta os valores de deslocamentos encontrados para as simulações.

Tabela 4. Resultados dos deslocamentos máximos encontrados na viga com múltiplas trincas por meio do MEFG com e sem o enriquecimento dos nós à frente da ponta da trinca.

a_0	Sem enriquecimento	ϵ_r	Com enriquecimento	ϵ_r
75 mm	19,64935	1,06%	20,7109	4,28%
150 mm	31,2711	3,01%	35,62295	10,48%

Observa-se que os resultados encontrados para os deslocamentos nas simulações sem o enriquecimento dos nós dos elementos à frente da trinca são mais satisfatórios e reais, ou seja, possuem menor erro relativo, em relação ao MEF, que aqueles com o enriquecimento, o que corrobora com os estudos realizados por Moreira [5]. Isto é, no elemento à frente da ponta da trinca não há trinca, ou seja, não há salto no campo de deslocamento. Assim,

enriquecê-lo significa assumir que o elemento da frente da ponta da trinca possui descontinuidade, o que não é correto.

4. Conclusões

A partir dos resultados e discussões apresentados anteriormente, conclui-se que o Método dos Elementos Finitos Generalizados apresentou ótimo desempenho quando comparado ao Método dos Elementos Finitos, método este já consolidado na literatura por tamanha experimentação e por mostrar resultados satisfatórios, mas com algumas limitações. Nota-se que o MEFG registrou resultados bem próximos daqueles obtidos por meio do MEF. Além disso, pode-se perceber também a influência da trinca no elemento estrutural, já que o deslocamento aumentou na simulação das vigas com múltiplas trincas.

Ademais, observou-se também a importância do tamanho da trinca na estrutura, dado que o deslocamento aumentou em 62,34% na viga simulada pelo MEF e em 59,15% na viga simulada pelo MEFG à medida em que se dobrou o comprimento da trinca. Informação de extrema importância, pois a propagação da trinca pode ocasionar transtornos maiores, levando ao colapso da estrutura. A partir disso, medidas preventivas podem mitigar os efeitos das trincas, evitando sua evolução e, conseqüentemente, maiores defeitos estruturais. Além disso, o controle de qualidade dos materiais e processos de execução são indispensáveis para ajudar a executar elementos estruturais de maior qualidade e sem defeitos.

Constatou-se ainda que a malha simulada no MEFG sem o enriquecimento dos nós dos elementos localizados imediatamente após a ponta da trinca obteve resultados mais satisfatórios que aqueles com o enriquecimento, uma vez que o resultado obtido está mais próximo do deslocamento máximo encontrado pela solução do MEF com a trinca, que foi tratada como solução de referência. Tais resultados condizem com o estudo desenvolvido por Moreira [5], que fundamentou o escopo deste trabalho.

Diante disso, verifica-se a eficácia da simulação realizada pelo MEFG, tornando-se uma alternativa ao MEF. Além dos resultados encontrados serem bem próximos daqueles fornecidos pelo MEF, o MEFG possui facilidades, uma vez que a malha simulada não precisa estar alinhada à trinca, isto é, ela pode cortar o elemento, favorecendo a modelagem. As vantagens evidenciadas neste trabalho pelo MEFG acrescentam conteúdo à literatura, servindo, portanto, de base para outros trabalhos acerca do assunto abordado.

Referências bibliográficas

- [1] ENGENHARIA, Blog da. Trincas e Fissuras. Trincas e Fissuras. [S. l.], 26 jan. 2015. Disponível em: <https://blogdaengenhariacivil.wordpress.com/2015/01/26/trincas-e-fissuras/>. Acesso em: 3 ago. 2021.
- [2] VITÓRIO, Afonso. Fundamentos da Patologia das Estruturas nas Perícias de Engenharia, Recife, p. 58, 2003.
- [3] KHOEI, Amir R. Extended Finite Element Method: Theory and Applications. 1. ed. Chichester, Reino Unido: John Wiley & Sons, Ltd, 2014. 602 p.
- [4] EVANGELISTA JR, Francisco et al. A global–local strategy with the generalized finite element framework for continuum damage models. 30 jan. 2020. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0045782520300700?via%3DiHub>. Acesso em: 13 fev. 2022.
- [5] MOREIRA, José Fabiano Araújo. (2016). Modelo bidimensional contínuo-descontínuo de falha para materiais quasi-frágeis em modo I e modo misto. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-05A/16, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 92p.
- [6] FONSECA, Gabriela Marinho et al. Método dos elementos finitos generalizados aplicado a problemas da mecânica da fratura linear elástica. Simpósio de Mecânica Computacional, 29 out. 2018.
- [7] FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. A First Course in Finite Elements. Chichester, Reino Unido: John Wiley & Sons, Ltd, 2007. 344 p.
- [8] RAMOS, Caio Silva. Partições da Unidade flat-top e trigonométricas no Método dos Elementos Finitos Generalizados. 2019. 96 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2019.
- [9] SIMONE, Angelo. Partition of unity-based discontinuous finite elements: GFEM, PUFEM, XFEM. Revista Européenne de Génie Civil, Ed. Lavoisier, 2007.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7190 – Projeto de Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro, p.107. 1997.