

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ

## PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

### III Jornada de Matemática da UFPI 01-03 de Junho de 2015

#### 1 Comitê Organizador

- Carlos Humberto Soares Júnior - UFPI
- Jefferson Cruz dos Santos Leite - UFPI
- João Xavier da Cruz Neto - UFPI
- Paulo Alexandre Araújo Sousa - UFPI/Coordenador
- Rondinelle Marcolino Batista - UFPI

#### 2 Palestrantes

- Alexandre César Fernandes - UFC
- Glaydston Bento - UFG
- Ivaldo Nunes - UFMA
- José N. Gomes - UFAM
- Leandro Pessoa - UFPI
- Moiseis Cecconello - UFMT

#### 3 Programação

Horário	Segunda 01/06/2015	Terça 02/06/2015	Quarta 03/06/2015
14:30 às 15:20	Prof. Glaydston Bento (UFG)	Prof. Alexandre Gurgel (UFC)	Prof. Moiseis Cecconello (UFMT)
15:30 às 16:20	Prof. José N. Gomes (UFAM)	Prof. Ivaldo Nunes (UFMA)	Prof. Leandro Pessoa (UFPI)

As palestras serão realizadas no Auditório do Departamento de Física, localizado no anexo entre os blocos SG02 e SG03 do Centro de Ciências da Natureza.

#### 4 Resumos

##### 4.1 • Palestrante: Prof. Glaydston Bento

- **Título:** An Approach on the Proximal Point Method on Riemannian Manifolds
- **Resumo:** In this talk will be presented an approach on the proximal point method in Riemannian context. In particular, without any restrictive assumption about the sign of the sectional curvature of the manifold, is obtained full convergence of any bounded sequence generated from the proximal point method, when the objective function satisfies the Kurdyka-Lojasiewicz inequality. Moreover, is extended the applicability of the proximal point method to solving any problem which may be formulated as the of minimizing a definable function (e.g. analytic) restricted to a compact manifold whose sign of the sectional curvature not is necessarily constant.

##### 4.2 • Palestrante: Prof. José N. Gomes

- **Título:** Rigidity of cmc surfaces in the Berger sphere
- **Resumo:** A contact manifold  $(M, \eta)$  is a  $(2n + 1)$ -dimensional smooth manifold  $M$  equipped with a global 1-form  $\eta$  such that  $d\eta$  has maximal rank  $2n$  on the contact distribution  $\delta = \text{Ker}(\eta)$ . The duality of  $\eta$  defines a unique vector field  $\xi$ , called the Reeb vector field. For instance, on the unit sphere  $\mathbb{S}^3 \subset \mathbb{C}^2$  the duality of the 1-form  $\eta(z, w) = -y^2 dy^1 + y^1 dy^2 - y^4 dy^3 + y^3 dy^4$  gives the Reeb vector field  $\xi(z, w) = (iz, iw)$  such that  $\langle \xi \rangle^\perp = \text{Ker}(\eta)$ , where  $(z, w) = (y^1, y^2, y^3, y^4)$  is the position vector in  $\mathbb{S}^3$ . A Berger sphere is the unit sphere  $\mathbb{S}^3$  endowed with the metric

$$g_{\kappa, \tau}(X, Y) = \frac{4}{\kappa} \left[ \langle X, Y \rangle + \left( \frac{4\tau^2}{\kappa} - 1 \right) \langle X, \xi \rangle \langle Y, \xi \rangle \right], \quad (1)$$

where  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  stands for the standard metric on  $\mathbb{S}^3$ ,  $\kappa > 0$  and  $\tau \neq 0$  are two constants.

The aim of this conference is to study the orientable immersed surfaces  $M$  in Berger sphere using one geometric invariant. This latter, traditionally denoted by  $\beta_p$  and called the *contact angle* at  $p \in M$ , is the complementary angle between the plane  $\delta_p$  from the contact distribution  $\delta = \text{Ker}(\eta)$  and the tangent plane  $T_p M$  of the surface. In this way  $M$  carries a singular foliation, which is called the characteristic foliation. At the singular points  $p \in M$  the tangent plane  $T_p M$  coincides with  $\delta_p$ . At the other points,  $TM \cap \delta$  defines a line field. The foliation is determined by this line field. Our goal here is to deduce two general formulas involving the Gaussian curvature, the mean curvature and the contact angle. This allows us to conclude that, in the case of  $\kappa - 4\tau^2 > 0$ , the connected CMC compact surface  $M$  in this Berger sphere with sign-preserving contact angle must be a Hopf torus.

##### 4.3 • Palestrante: Prof. Alexandre Gurgel

- **Título:** Um Teorema do Tipo Mumford em Geometria Lipschitz de Singularidades
- **Resumo:** David Mumford provou que: se uma superfície complexa normal  $S$  (afim), com singularidade isolada, é variedade topológica, então  $S$  é uma superfície analítica regular. Provamos que: se um conjunto algébrico complexo  $X$  (afim), de qualquer dimensão e sem restrições sobre seu conjunto singular, é uma variedade Lipschitz, então  $X$  é uma variedade analítica regular. Este é um trabalho em colaboração com Lev Birbrair, Le Dung Trang e Edson Sampaio.

##### 4.4 • Palestrante: Prof. Ivaldo Nunes

- **Título:** Superfícies mínimas com bordo livre
- **Resumo:** Nesta palestra discutiremos o problema de bordo livre para superfícies mínimas. Nosso principal objetivo é tratar do problema de existência de tais superfícies. Em particular, provaremos que todo domínio compacto e estritamente convexo de  $\mathbb{R}^3$  possui um *anel* mínimo com bordo livre.

##### 4.5 • Palestrante: Prof. Moiseis Cecconello

- **Título:** Análise qualitativa de soluções fuzzy em modelos de biomatemática
- **Resumo:** Em problemas de dinâmica populacional nem sempre é possível saber exatamente a quantidade de indivíduos ou a capacidade suporte em uma determinada região. Também nem sempre é possível, por dificuldade técnica ou falta de informação, incorporar todas as leis necessárias para descrever o fenômeno estudado. Desta forma, a subjetividade é um importante fator que deve ser considerado na modelagem matemática. Para fenômenos modelados por equações diferenciais, existem algumas alternativas de modelagem clássica que contemplam incertezas inerentes aos parâmetros e condições iniciais. Dentre as mais importantes se destacam as equações diferenciais estocásticas e a teoria de inclusões diferenciais.

Em termos práticos, em geral, temos algumas informações sobre a condição inicial (ou outros parâmetros) que são usadas para se obter uma estimativa para  $x_0$ . Em problemas de dinâmica populacional, por exemplo, podemos realizar uma contagem por meio de amostragem populacional e  $x_0$  pode ser estimado por alguma estatística sobre essa amostragem. Por essa abordagem, a incerteza é transformada em um valor representativo antes da busca pela solução, isto é, a temos um tratamento à priori da subjetividade.

Uma abordagem alternativa é considerar as incertezas como parte do processo dinâmico. Isto pode ser feito por meio de equações diferenciais estocásticas ou problemas de valor inicial fuzzy. Na primeira, os parâmetros são variáveis aleatórias enquanto que na segunda considera-se que tais parâmetros possam ser modelados por conjuntos fuzzy. No primeiro caso, a solução é uma distribuição de probabilidade ao longo do tempo enquanto que no segundo, é um conjunto fuzzy. Em ambos os casos, a incerteza carregada ao longo do tempo pode ser transformada em um valor representativo em cada instante, isto é, temos um tratamento à posteriori da subjetividade.

Em se tratando de aplicações, em geral, temos apenas informações imprecisas sobre a condição inicial ou parâmetros. Tais informações são do tipo: a condição inicial é aproximadamente  $x_0$  ou, a capacidade suporte é aproximadamente  $x_0$ . Neste caso, o termo aproximadamente pode ser representado por um conjunto fuzzy e uma distribuição de possibilidade para os valores da condição inicial ou parâmetros é induzida por tal conjunto fuzzy. Assim o grau de pertinência de um elemento no conjunto fuzzy indica a possibilidade da condição inicial assumir um valor específico.

As soluções fuzzy que vamos considerar são obtidas pela extensão de Zadeh aplicada sobre a condição inicial de um fluxo determinístico e o estudo das soluções fuzzy tem interesse tanto do ponto de vista estritamente teórico quando prático. Mais ainda, na visão de que os subconjuntos fuzzy servem como modelo para incertezas quando vistos como uma distribuição de possibilidade, podemos então estar interessados em comparar a solução determinística e a curva gerada pela defuzzificação da solução fuzzy. Além disso, neste trabalho, pretendemos analisar a influência de considerar condição inicial e parâmetros fuzzy na equação determinística e analisar o comportamento da solução fuzzy buscando condições para equilíbrio e periodicidade.

##### 4.6 • Palestrante: Prof. Leandro Pessoa

- **Título:** On the obstacle problem for a class of fully nonlinear equations
- **Resumo:** In this talk we will show the Obstacle problem (with Dirichlet boundary condition) for fully nonlinear second-order equations on a riemannian manifold using an approach due to Harvey-Lawson Jr. In general, for an equation  $F$  on a manifold  $X$  and a smooth domain  $\Omega \subset\subset X$ , we give geometric conditions which imply that the Obstacle problem on  $\Omega$  is uniquely solvable for all continuous boundary functions.

#### 5 Apoio

