CONTROLE PREDITIVO ROBUSTO DE ROBÔS MÓVEIS PARA SEGUIMENTO DE CAMINHO

ÍTALO J. L. BATISTA, BISMARK C. TORRICO, GIOVANNI C. BARROSO E OTACÍLIO DE M. ALMEIDA

Laboratório de Automação e Robótica, Depto. de Engenharia Elétrica , Universidade Federal do Ceará
Caixa Postal 6007, 60.775-640, Fortaleza, CE, BRASIL
E-mails: italoloiola@gmail.com, bismark@dee.ufc.br, gcb@fisica.ufc.br, otacilio@dee.ufc.br

Abstract — This paper presents a robust predictive control algorithm applied to the problem of path tracking of mobile robots. The algorithm studied (GPC-T) exhibits properties of robustness against uncertainties and unmodeled dynamics, moreover, there is shown the simplicity of design of the controller, both from the standpoint of keeping as from the standpoint of the design. The controller performance is compared with another strategy (GPC nominal). The simulation results show the satisfactory performance of the controller addressed.

Keywords — Mobile robots; Path-tracking; Predictive controller.

Resumo — Este artigo apresenta um algoritmo de controle preditivo robusto aplicado ao problema de seguimento de caminho de robôs móveis. O algoritmo estudado (GPC-T) apresenta propriedades de robustez frente a incertezas e dinâmicas não-modeladas, além disso, é mostrada a simplicidade do projeto deste controlador, tanto do ponto de vista de sintonia quanto do ponto de vista do projeto. O desempenho do controlador é comparado com outra estratégia (GPC nominal). Os resultados de simulação mostram o desempenho satisfatório do controlador abordado.

Palavras-chave — Robô móvel; Seguimento de caminho; Controle preditivo.

1 Introdução

Em robótica móvel, do ponto de vista de controle, uma das questões mais importantes é o problema de seguimento de caminho, que consiste em projetar técnicas de controle que visam assegurar que o veículo segue uma dada trajetória. A dificuldade aumenta na medida em que são consideradas incertezas como dinâmica não modelada do tipo não-estruturada, o atrito na superfície e os distúrbios desconhecidos e limitados, além do fato de se tratar de um sistema multivariável (Gómez-Ortega, 1994).

O problema de seguimento de caminho de robôs móveis pode ser resolvido por meio de três abordagens diferentes: a) considerando apenas o modelo cinemático, b) considerando apenas o modelo dinâmico, e c) considerando os modelos cinemático e dinâmico. Dessa forma, muitas estratégias de controle têm sido testadas e relatadas na literatura (Freund et al., 1998; Sun, 2005)

Apesar de que nos trabalhos citados anteriormente a trajetória de referência futura é conhecida, essa informação não é usada em sua totalidade pelas estratégias de controle. Uma técnica que permite levar em conta a referência futura é controle preditivo baseado em modelo (CPBM ou MPC, *Model Predictive Control*) o que o torna uma das estratégias mais adequadas para este tipo de problema (Camacho e Bordons 2004).

Os primeiros artigos referentes ao MPC surgiram no final da década de 70. Desde então, tanto na indústria quanto no meio acadêmico, esse tipo de controlador vem se desenvolvendo e ganhando mais espaço a cada ano. O MPC não é uma estratégia de controle específica e sim uma classe de métodos de controle desenvolvida em torno de certas ideias comuns. Estes métodos têm se revelado na prática como poderosas técnicas de controle durante as duas últimas décadas e está entre as poucas técnicas de controle avançado que tem um grande impacto na indústria (Camacho e Bordons, 2004). No contexto de robótica, isso se deve, entre outros motivos, às seguintes vantagens:

- É particularmente atraente para os operadores com conhecimento limitado de controle, pois os conceitos e o ajuste são relativamente simples, pois há uma redução na quantidade de parâmetros de ajuste e consequentemente na complexidade computacional.
- O caso multivariável (sistema MIMO) pode ser tratado de uma forma simples;
- Introduz pré-alimentação de forma natural para compensar perturbações mensuráveis;
- No caso de modelos lineares sem restrições, o controlador resultante é linear;
- Sua extensão para o tratamento de restrições é conceitualmente simples e podem ser incluídas sistematicamente durante o projeto;
- É muito eficiente quando as referências futuras são conhecidas;
- Intrinsecamente tem compensação para os tempos mortos.

Esquemas de controle preditivo para robôs móveis baseado em algoritmos de otimização não-linear são abordados em Lim et al., (2008) e Gómez-Ortega e Camacho (1994). Em Gu e Hu (2002) é proposto um controle preditivo não-linear inteligente baseado em redes neurais para predição de estados. No entanto, os resultados destas abordagens não-lineares apresentam um alto custo computacional, dificultando a implementação em tempo real embarcado, haja vista que estas plataformas embarcadas (microprocessadas/microcontroladas) têm algumas limitações, principalmente em relação à quantidade de memória disponível e velocidade de processamento. Assim, torna-se complexo a aplicação de uma estratégia de controle preditivo não-linear que seja robusta tal que consiga se adaptar a essas limitações, sem perder as propriedades principais, a flexibilidade e a versatilidade.

Kühne et. al. (2004) desenvolveram algoritmos lineares e não lineares de MPC com restrições usando um modelo de linearizações sucessivas em espaço de estados, mas também apresenta um custo computacional elevado e os aspectos de estabilidade e robustez não foram abordados.

Ollero e Amidi (1991) abordam estratégias de controle preditivo baseado em modelo de predição linear usando a técnica de controle preditivo generalizado (GPC), onde uma função de custo quadrática é minimizada e o erro de rastreamento e controle é penalizado. Por outro lado, Rafo et al., (2009) e Normey-Rico et al. (1999) também utilizam um controlador GPC, baseado em um modelo linearizado em coordenadas locais do robô, no entanto mostram como melhorar a robustez quando as incertezas são consideradas e é proposta uma nova estratégia, a *Smith-preditor-based GPC (SPGPC)*.

Sabe-se que a robustez do GPC pode ser melhorada pelo uso de filtros através da inclusão do polinômio $T(q^{-1})$ do modelo de perturbação nas predições. As propriedades do polinômio T e o seu papel na melhoria da robustez do GPC são discutidos com mais detalhe em Clarke e Mohtadi (1989).

Os trabalhos referenciados tratam da aplicação de controle preditivo a robôs móveis, mas nada foi encontrado relacionado ao mesmo problema usando a formulação do GPC com a inclusão do polinômio T.

Neste trabalho é aplicado e analisado um algoritmo de controle preditivo para seguimento de caminho de robôs móveis, usando a técnica GPC baseado em um modelo linear com a inclusão de uma pré-filtragem do tipo polinômio T para melhorar a compensação robusta do atraso de transporte e a rejeição ao distúrbio (GPC-T), adicionando robustez ao controlador frente a dinâmicas não modeladas. O algoritmo estudado apresenta o mesmo comportamento robusto que o SPGPC, porém o ajuste é mais simples e é conceitualmente mais fácil de projetá-lo de acordo com o tipo de perturbação, uma vez que o mesmo leva em conta o modelo das perturbações para o cálculo do controle ótimo.

Yoon e Clarke (1994) dão diretrizes para melhor escolha do polinômio T, no entanto o estudo é realizado apenas para plantas estáveis, dessa forma, estas diretrizes não se aplicam ao problema de seguimento de caminho, pois o robô possui uma dinâmica integradora. Embora o polinômio T seja ajustado neste trabalho, as metodologias necessárias para tal são relativamente complexas, merecendo um espaço exclusivo para que se possa dar o tratamento adequado a este problema.

A apresentação deste artigo tem a seguinte sequência. Na seção 2 é descrita a teoria da estratégia de controle que fundamenta este trabalho e vários aspectos relacionados à suas aplicações, além da formulação do algoritmo para o robô móvel. A seção 3 é dedicada à apresentação da análise da robustez. Os resultados obtidos de simulação são discutidos e analisados na Seção 4. Finalmente na seção 5 são apresentadas as conclusões e propostas futuras.

2 Controlador Preditivo

Os controladores aqui analisados utilizam uma lei de controle calculada a partir da minimização de uma função objetivo do tipo:

$$\sum_{k=d+1}^{d+N}[\hat{y}(t+k|t)-w(t+k)]^2+\lambda\sum_{k=0}^{Nu-1}[\Delta u(t+k)] \quad (1)$$

em que $\hat{y}$ é a predição da saída do processo, Δu é a variação do controle, w é a trajetória de referência futura, λ é a ponderação do controle, d é o atraso do sistema, N e Nu são o horizonte de predição e de controle, respectivamente.

Porém os algoritmos utilizam diferentes procedimentos para calcular as predições da saída $\hat{y}(t + k)$ e diferentes caminhos para obter o valor dos controles ótimos $\Delta u(t + k)$ como será mostrado a seguir.

2.1 A estratégia GPC (formulação padrão)

O GPC (*Generalized Predictive Control*) é um dos métodos mais populares de MPC tanto na indústria quanto no meio acadêmico. A ideia básica do GPC é calcular uma sequência de sinais de controle futuros de maneira a minimizar uma função de custo definida sobre o horizonte de predição (Eq. 1).

Nesta formulação, o cálculo das predições é realizado através do modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving-Average*) que representa a dinâmica do processo e das perturbações (Clarke et al., 1987):

$$A(q^{-1})y(t)=B(q^{-1})u(t-1-d)+C(q^{-1})\frac{1}{\Delta}e(t) \quad (2)$$

No modelo CARIMA $u(t)$, $y(t)$ e $e(t)$ representam o sinal de entrada, de saída e o distúrbio no instante t. *A, B e C* são polinômios no operador atraso unitário q^{-1}, com *A e C* mônicos:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \ldots + a_m q^{-1} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \ldots + b_m q^{-1} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1 q^{-1} + \ldots + c_m q^{-1} \end{aligned} \tag{3}$$

Se a planta tiver tempo morto não nulo, então o elemento líder do polinômio B é considerado zero. A denominação média móvel integrada:

$$x(t) = \frac{C(q-1)}{\Delta} e(t) \tag{4}$$

considera $e(t)$ como uma sequência aleatória descorrelacionada. Esta é a representação mais adequada para muitas aplicações industriais, pois permite modelar distúrbios do tipo degrau ou do movimento browniano que estão presentes em plantas industriais (Clarke et al., 1987).

A formulação do controlador GPC considera o modelo de distúrbio C/Δ como parâmetro de projeto do controlador, assumido como T/Δ. Isto é, em lugar de considerar o polinômio C como resultado de algum procedimento de identificação. Sendo assim, o polinômio T pode ser utilizado (GPC-T) para melhorar a rejeição ao distúrbio, adicionando robustez ao controlador frente a dinâmicas não modeladas.

O modelo descrito na Eq. 2 pode ser equivalentemente representado pela seguinte equação:

$$A(q^{-1})\Delta y(t) = B(q^{-1})\Delta u(t-1-d) + T(q^{-1})e(t) \tag{5}$$

em que os coeficientes dos polinômios:

$$\begin{aligned} &E_j(q^{-1}) = 1 + e_1 q^{-1} + \ldots + a_m q^{-ne} \\ &F_j(q^{-1}) = f_0 + f_1 q^{-1} + \ldots + f_{nf} q^{-nf} \\ &ne = 1 - j; \qquad n_f = \max(n_a, n_c - j) \end{aligned} \tag{6}$$

são determinados pelo conhecimento do intervalo de predição j e dos polinômios A(q^{-1}) e T(q^{-1}) aplicando-se a seguinte Equação de Diophantine:

$$T(q^{-1}) = E(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-k}F_k(q^{-1}) \tag{7}$$

Pela manipulação do modelo do sistema, Eq. 2, e Eq. 7, encontra-se a seguinte representação:

$$\begin{aligned} &y(t+d+k) = \frac{F_k(q^{-1})}{T(q^{-1})} + \frac{E_k(q^{-1})B(q^{-1})}{T(q^{-1})}\Delta u(t+k- \\ &+ E_k(q^{-1})e(t+k) \end{aligned} \tag{8}$$

Sabe-se que E_k tem grau k – 1, portanto os componentes da sequência $e(t)$ estarão todos no futuro, podendo ser considerados nulos no preditor ótimo, ou seja, a esperança matemática é igual a zero [$E_j e(t + j) = 0$], dados os sinais medidos até o instante t e qualquer u(t + i) sendo i > 1, dando como resultado a predição de variância mínima da saída:

$$\hat{y}(t+d+k/t) = \frac{F_k(q^{-1})}{T(q^{-1})} + \frac{E_k(q^{-1})B(q^{-1})}{T(q^{-1})}\Delta u(t+k-1) \tag{9}$$

Nesta expressão, $\hat{y}$(t + k / t) é função dos valores conhecidos até o instante t e das entradas de controle futuras, ainda a serem calculadas. Portanto, para distinguir entre os valores de controle passados e futuros usa-se a seguinte equação de Diophantine:

$$E(q^{-1})B(q^{-1}) = G_k(q^{-1})T(q^{-1}) + q^{-k}\Gamma_k(q^{-1}) \tag{10}$$

que substituída na Eq. 9, resulta na seguinte predição:

$$\begin{aligned} &\hat{y}(t+d+k/t) = G_k(q^{-1})\Delta u(t+k-1) + \Gamma_k(q^{-1}) \\ &u^f(t-1) + F_k(q^{-1})y^f(t) \end{aligned} \tag{11}$$

ou equivalentemente:

$$\begin{aligned} &\hat{y}(t+d+k/t) = G_k(q^{-1})\Delta u(t+d+k-1) + \\ &+ f(t+d+k/t) \end{aligned} \tag{12}$$

em que o primeiro termo do lado direito corresponde à resposta forçada (predita), devida aos futuros incrementos de controle $\Delta u(t + d + k - 1)$, k ≥ 0. O segundo termo, f(t + k / t), é a predição da resposta livre (predita) de $y(t + k)$, assumindo que os futuros incrementos de controle depois do tempo $t + 1$ são nulos.

Na Eq. 11, u^f(t - 1) e y^f(t), são versões filtradas de Δu(t) e y(t):

$$\begin{aligned} &y^f(t)T^{-1}(q^{-1})\Delta u(t) \\ &y^f(t)T^{-1}(q^{-1})y(t) \end{aligned} \tag{13}$$

Assim, a resposta livre predita é dada por:

$$f(t+d+k/t) = \Gamma_k(q^{-1})u^f(t-1) + F_k(q^{-1})y^f(t) \tag{14}$$

que pode ser escrita como:

$$y = Gu + F(z^{-1})y(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1) \tag{15}$$

em que

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix} \qquad u = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}$$

ISBN: 978-85-8001-069-5

$$G'(q^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(q^{-1}) - g_0)q \\ (G_{d+2}(q^{-1}) - g_0 - g_1 q^{-1})q^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(q^{-1}) - g_0 - g_1 q^{-1} - \cdots - q_{N-1} q^{-(N-1)})q^N \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} F_{d+1}(q^{-1}) \\ F_{d+2}(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(q^{-1}) \end{bmatrix}$$

A Eq. 1 pode ser reescrita como:

$$J = (Gu = f - w)^T (Gu + f - w) + \lambda u^T u \tag{16}$$

em que:

$$w = [w(t+d+1), w(t+d+2) \cdots w(t+d+N)]^T \tag{17}$$

O mínimo de J, assumindo que não existem restrições sobre o sinal de controle, pode ser encontrado, tornando o gradiente de J igual a zero, o que conduz a:

$$u = -H^{-1} b = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f) \tag{18}$$

Na prática, somente o primeiro sinal de controle (primeiro elemento do vetor u) é aplicado ao processo, que é dado por:

$$\Delta u(t) = k(w - f) \tag{19}$$

em que K é a primeira linha de matriz: $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^{T}$". Isto tem um significado claro: se não houver nenhum erro futuro previsto, ou seja, se (w - f) = 0, então não há mudança de controle, já que o objetivo será cumprido com a evolução livre do processo. No entanto, caso contrário, haverá um incremento na ação de controle que é aplicada em relação aos erros futuros, e não em relação aos erros passados, como é o caso nos controladores convencionais (Camacho e Bordons, 2004).

2.2 O GPC para o Robô Móvel

2.2.1 Modelo de Predição

A formulação do controlador preditivo proposto neste trabalho baseia-se em um modelo linear para predição de postura de um robô móvel com acionamento diferencial em um plano.

O modelo obtido consiste em uma linearização em coordenadas de referências locais do robô como pode ser visto na Fig. 1, a formulação completa pode ser encontrada em Gómez-Ortega (1994).

Este modelo mais detalhado pode ser encontrado em (Gómez-Ortega, 1994). Assim, o modelo linear do robô móvel é dado por:

$$(1 - z^{-1}) I \begin{bmatrix} \theta(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = VT \begin{bmatrix} 1 \\ VT_a / 2 \end{bmatrix} \gamma(t - 1 - d) \tag{20}$$

em que $\mathbf{y}(t) = (\theta(t)\ y(t))^T$ e $\mathbf{u}(t) = \gamma(t)$. $\theta(t)$ é a orientação do robô, $y(t)$ é a posição do robô, $\gamma(t)$ é o raio de curvatura, d é o tempo morto, V é a velocidade linear, T_a é o período de amostragem e I é uma matriz identidade (2 x 2). Neste trabalho V é considerado constante.

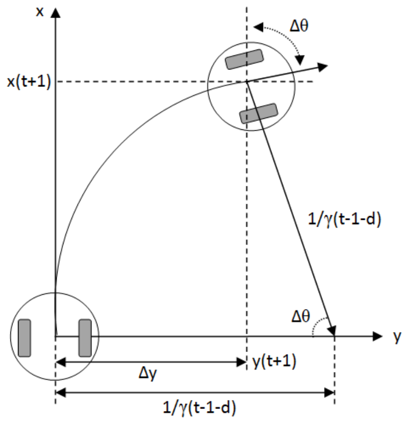


Figura 1. Modelo do robô móvel em coordenadas locais.

O esforço de controle é usado como o inverso do raio de curvatura na implementação para simplificar a representação do modelo, como mostrado em (Gómez-Ortega, 1994).

Estas equações linearizadas são válidas apenas para pequenos valores de $\Delta\theta$. Assim, se o robô não estiver posicionado na trajetória de referência, os valores de $\Delta\theta$ necessários para atingir o caminho desejado será muito grande, e o modelo linearizado não será válido. Desta forma, o robô móvel deve estar sempre localizado próximo à trajetória de referência para que os valores de $\Delta\theta$ sejam pequenos. Uma alternativa para evitar este problema é considerar técnicas para aproximação da trajetória de referência (Rafo et al., 2009; Normey-Rico et al., 1999 e Gómez-Ortega, 1994). Neste trabalho, as técnicas de aproximação de trajetória não serão abordadas, desta forma, o ponto de partida do robô será sempre próximo à trajetória de referência.

O modelo final é um sistema multivariável com uma-entrada/duas-saídas, onde o raio de curvatura é a variável de controle, e a orientação e a posição local do robô são as variáveis controladas.

2.2.2 Cálculo das Predições

Neste trabalho adota-se o modelo de predições para θ e y (Eq. 21) para facilitar a análise, o qual é equivalente ao da Eq. 5.

ISBN: 978-85-8001-069-5

$$\theta(t+j)=\overbrace{\frac{K_1}{\tilde{A}}\Delta u(t+j-1-d)}^{x_1}+\overbrace{\frac{T_1}{\tilde{A}}e(t+j)}^{n_1}$$
$$y(t+j)=\underbrace{\frac{K_2}{\tilde{A}}\Delta u(t+j-1-d)}_{x_2}+\underbrace{\frac{T_2}{\tilde{A}}e(t+j)}_{n_2} \quad (21)$$

Usando Eq. Diophantina da Eq. 22 e x(t), chega-se à predição para a saída do modelo (Eq. 23):

$$1=\tilde{A}(q^{-1})E_k(q^{-1})\Delta+q^{-1}F_k(q^{-1}) \quad (22)$$

sendo $\tilde{A}(q^{-1}) = \Delta A(q^{-1})$,

$$x_1(t+d+k)=F_k^1x(t+d)+\overbrace{E_k^1B}^{G^1+q^{-1}G_p^1}\Delta u(t-1+k) \quad (23)$$
$$x_2(t+d+k)=F_k^2x(t+d)+\underbrace{E_k^2B}_{G^2+q^{-1}G_p^2}\Delta u(t-1+k)$$

Os termos passados e futuros contidos em $E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-1)$ devem ser separados. Sejam, então, os termos no passado representados por $q^{-k}G_p$, e no futuro por G que, substituindo na Eq. 23, resultam em:

$$x_2(t+d+k)=G^1\Delta u(t-1+k)+F_k^1x(t+d)+$$
$$+G_p^1\Delta u(t-1) \quad (24)$$
$$x_2(t+d+k)=G^2\Delta u(t-1+k)+F_k^2x(t+d)+$$
$$+G_p^2\Delta u(t-1)$$

Assim, usando a Eq. Diophantina (Eq. 25) e n(t) encontram-se as predições da perturbação (Eq. 26):

$$T(q^{-1})=\tilde{A}(q^{-1})H_{i+d}(q^{-1})+q^{-d-j}I_{i+d}(q^{-1}) \quad (25)$$

sendo $H_{j+d}(z^{-1})$ *e* $I_{i+d}(z^{-1})$

$$n_1(t+j/t)=I_j^1\frac{n_1(t)}{T_1(q^{-1})}+H_j^1e(t+j)$$
$$n_2(t+j/t)=I_j^2\frac{n_2(t)}{T_2(q^{-1})}+H_j^2e(t+j) \quad (26)$$
$$j=1\cdots N_2$$

Portanto, das Eqs. 24 e 26, a predição da saída pode ser dada, na forma matricial, por:

$$\begin{bmatrix}\theta(t)\\ y(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G^1\\ G^2\end{bmatrix}\Delta u+\overbrace{\begin{bmatrix}F^1&0\\0&F^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t+d)\\x_2(t+d)\end{bmatrix}+}^{f}$$
$$\underbrace{+\begin{bmatrix}G_p^1\\G_p^2\end{bmatrix}\Delta u(t-1)+\begin{bmatrix}I^1\\0\end{bmatrix}\frac{n_1(t)}{T_1(q^{-1})}+\begin{bmatrix}0\\I^1\end{bmatrix}\frac{n_2(t)}{T_2(q^{-1})}}_{f} \quad (27)$$

Nota-se na Eq. 27 que o polinômio T está presente apenas no denominador do modelo de perturbações, mostrando a simplicidade na sintonia para prover a robustez do controlador.

Assim, para o caso sem restrições a lei de controle obtida das Eqs. 1 e 27 é dada por:

$$\Delta u(t)=-KF_1x_1(t+d)-F_{r1}(y_1-x_1)-$$
$$-KG_p\Delta u(t_1)-KF_2x_2(t+d)-F_{r2}(y_2-x_2) \quad (28)$$

Assim, por simplicidade, este controle ótimo obtido será usado apenas para análise da robustez, porém na implementação a instabilidade interna será anulada.

2.2.3 Estrutura e ajuste do controlador

O GPC pode ser representado como ilustrado na Fig. 2, usada aqui somente para a análise comparativa de robustez em relação ao GPC-T.

No caso do GPC-T, os controladores primários C(z) da Fig. 2 são dados pela Eq. 29:

$$C_1(z)=\frac{F_T^1(q^{-1})}{\Delta+(G_T^1q^{-1})q^{-1}}$$
$$C_1(z)=\frac{F_T^2(q^{-1})}{\Delta+(G_T^2q^{-1})q^{-1}} \quad (29)$$

sendo $F_T(q^{-1})$ = **KF** e $G_T(q^{-1})$ = $\mathbf{G_p}$.

O pré-filtro F(z), também da Fig. 2, para o GPC-T, é como mostrado na Eq. 30.

$$C_1(z)=\frac{1}{\Delta+(G_T^1q^{-1})q^{-1}} \quad (30)$$

Da seção anterior tem-se que a ordem de $F_T(z^{-1})$ é na e a de $G_T(z^{-1})$ é $nb-1$. Como neste trabalho os processos abordados são aproximados por modelos de primeira ordem com atraso, tem-se que $na = 1$ e $nb = 0$. Logo, os controladores primários C(z) da Fig. 2 sempre terá um pólo e um zero, e o pré-filtro F(z) sempre possuirá um ganho constante, pois K_T é uma constante para uma referência $w(t)$ constante, e um pólo que cancela o zero do controlador C(z) na malha fechada do sistema.

O filtro de robustez $F_r(z)$ do GPC-T é dado por:

$$F_{r1}(z)=\frac{I_T^1(q^{-1})}{T_1(q^{-1})F_T^1(q^{-1})}$$
$$F_{r1}(z)=\frac{I_T^2(q^{-1})}{T_2(q^{-1})F_T^2(q^{-1})} \quad (31)$$

sendo $I_T(q^{-1})$ = **KI**.

ISBN: 978-85-8001-069-5

A estrutura proposta para T(z^{-1}), neste trabalho, é de segunda ordem, suficiente para rejeitar ruídos e perturbações (Camacho e Bordons, 2004), como mostrado na Eq. 32:

$$T_1(q^{-1}) = (1-\alpha_1 q^{-1})^2 \qquad (32)$$
$$T_2(q^{-1}) = (1-\alpha_2 q^{-1})^2$$

sendo α_1 e α_2 os únicos parâmetros de ajuste.

Observe que, uma vez que $F_T(z^{-1})$ está determinado em função de *N*, o ajuste do filtro de robustez depende apenas da relação de T(z^{-1}) com $I_T(z^{-1})$ (ver Eq. 31). Portanto, o ajuste de $F_r(z)$ do GPC-T depende apenas de α_1 e α_2, o que torna o seu ajuste muito simples.

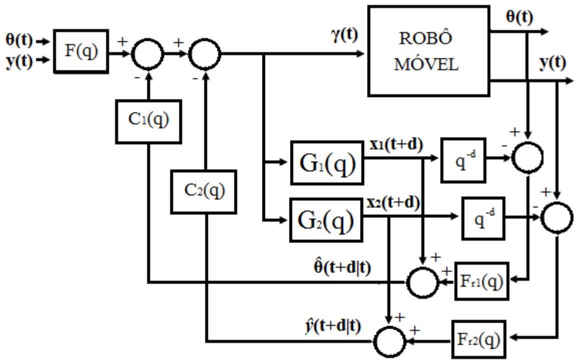


Figura 2. Estrutura DTC equivalente para análise da robustez.

Na estrutura da Fig. 4, os blocos C_1, C_2 e F representam um “controlador primário com dois graus de liberdade" que não é afetado pelo valor de F_r. Os resultados desta análise serão usados para estudar a influência do polinômio T sobre a robustez do controle da estrutura.

3 Análise da Robustez

Nesta seção, para simplificar, a robustez é analisada em estado estacionário, região onde o sistema está livre de restrições. Para este objetivo, incertezas aditivas são consideradas: $\mathbf{P_r(z)} = \mathbf{P(z)} + \mathbf{\Delta P(z)}$, em que $\mathbf{P_r(z)}$ representa a planta real, **P(z)** é o modelo nominal e **ΔP(z)** são incertezas (Morari e Zafiriou, 1989).

Em geral **ΔP(z)** pode ser escrita como: $\mathbf{\Delta P(z)} = \mathbf{W_1(z)\,\Delta(z)\,W_2(z)}$, onde $\mathbf{W_1(z)}$ **e** $\mathbf{W_2(z)}$ são matrizes de transferência multivariáveis e **Δ(z)** é uma matriz de transferência diagonal que satisfaz a seguinte condição: $\bar{\sigma}(\Delta(e^{jw})) \le 1, \forall w. \bar{\sigma}(X)$ que representa o valor singular máximo de X.

Para análise da robustez, a refêrencia do sistema deve ser considerada igual a zero e no diagrama de blocos deve ser ajustada para formar a estrutura **M - Δ**, como ilustrado na Fig. 3. A condição de estabilidade para esta estrutura é dada por (Morari e Zafiriou, 1989):

$$\bar{\sigma}(\Delta(e^{jw}))\bar{\sigma}(M(e^{jw})) < 1, \forall w \in (0, \frac{\pi}{T_s}) \qquad (36)$$

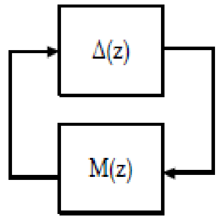


Figura 3. Estrutura **M - Δ.**

A estrutura aqui estudada (ver fig. 3), através da redução de blocos pode ser considerada para formar **M - Δ**, onde Δ é uma matriz transferência diagonal e $\mathbf{M = W_1FCW_2}$ (Morari e Zafiriou, 1989). Portanto, a condição de estabilidade torna-se:

$$\bar{\sigma}(W_1\Delta(e^{jw})F(e^{jw})W_2(e^{jw})) < \sigma(\Delta(e^{jw})), \quad \forall w \in (0, \frac{\pi}{T_s}) \qquad (37)$$

Usando a propriedade $\bar{\sigma}(XY) \le \bar{\sigma}(X)\bar{\sigma}(Y)$ a Eq. 37 pode ser transformada em:

$$\bar{\sigma}(F(e^{jw}))\bar{\sigma}(W_1(e^{jw})C(e^{jw})W_2(e^{jw})\Delta(e^{jw})) < 1 \quad \forall w \in (0, \frac{\pi}{T_s}) \qquad (38)$$

Colocar o filtro em evidência obtém-se:

$$\bar{\sigma}(F(e^{jw})) < \frac{1}{\bar{\sigma}(W_1(e^{jw})C(e^{jw})W_2(e^{jw})\Delta(e^{jw}))}, \quad \forall w \in (0, \frac{\pi}{T_s}) \qquad (39)$$

Para manter a condição de estabilidade, o filtro **F(*z*)** deve ser sintonizado para assegurar a desigualdade da Eq. 39. Esta sintonia é realizada através do parâmetro α do polinômio T. O termo do lado direito da Eq. 39 depende da estratégia de controle **C(*z*)** e do modelo de incertezas **P(*z*)** no atraso *L* (Morari e Zafiriou, 1989).

Uma vez que o filtro F(s) é diagonal, os valores singulares são dados em módulo dos elementos diagonais, de modo que a única variável do filtro $F_i(z)$ deve ser escolhida para satisfazer:

$$\sigma_i(F_i(e^{jw})) = |F_i(e^{jw})| \le \bar{\sigma}(F(e^{jw})) \qquad (40)$$

Assim, a robustez depende da razão L/T, à medida que esta relação aumenta, a robustez do sistema diminui e, quando essa proporção tende ao infinito a robustez tende a zero.

ISBN: 978-85-8001-069-5

4 Resultados de Simulação

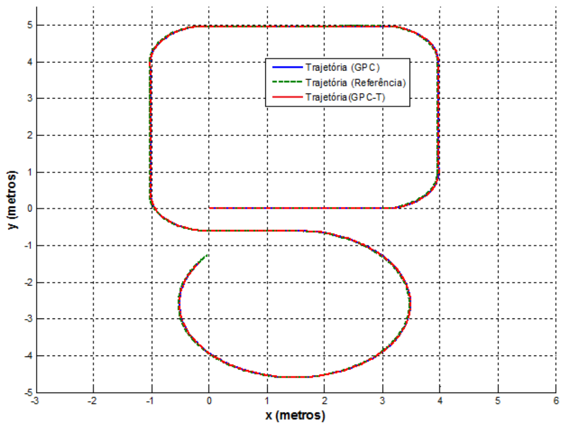
Neste item a estratégia de controle estudada (GPC-T) é comparada ao algoritmo GPC nominal, a fim de ilustrar a simplicidade na sintonia e melhoria na robustez. Assim, são mostrados os resultados de simulação para uma trajetória formada por círculo e quadrado. Esta trajetória tem características especiais, tais como mudanças repentinas de orientação e direção do robô, úteis para testar o controlador em diferentes condições de operação. Em todas as figuras, a linha tracejada representa a trajetória de referência.

Os parâmetros de ajuste de ambos os controladores são: tempo de amostragem Ta = 0,2, velocidade linear V = 0,1 m/s, horizonte de predição e controle N = Nu = 15, e λ = 0,5, a escolha desses parâmatros são justificados em (Normey-Rico et al., 1999).

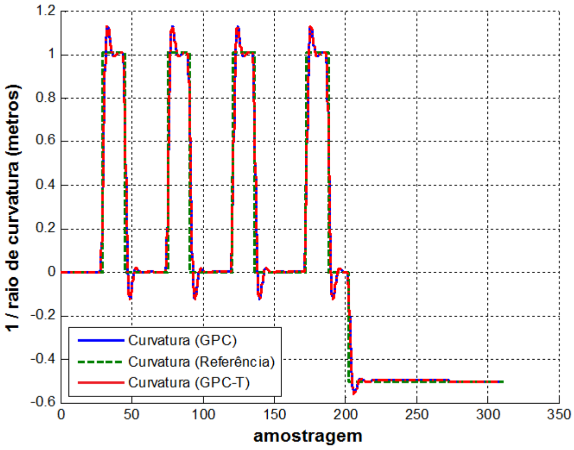
O controlador GPC-T tem dois parâmetros adicionais de sintonia e foram ajustados para atingir a robustez desejada, $\alpha_1 = 0{,}97$ (orientação) e $\alpha_2 = 0{,}97$ (posição). Em ambos os casos é usado o modelo completo não-linear do robô móvel, definido em Gómez-Ortega (1994).

São simulados dois cenários, no primeiro deles os controladores estão livres de ruído na saída, enquanto que no segundo é adicionado ruído na medição, suposição que é realista para a maioria de casos práticos, especialmente no controle de processos industriais.

Os resultados de simulação para o caso sem ruído aditivo nas saídas são ilustrados na Fig. 4, na qual se observa o desempenho da ação de controle, pela Fig. 4(b), sobre o comportamento do robô. Como esperado, os controladores têm respostas semelhantes, a postura (posição e orientação) controlada converge para a trajetória de referência, como pode ser visto na Fig. 4(a).



(a) Resposta de postura do robô móvel

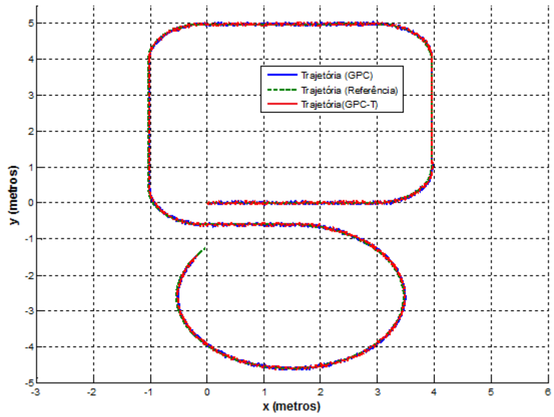


(b) Sinal de controle (1/δ)

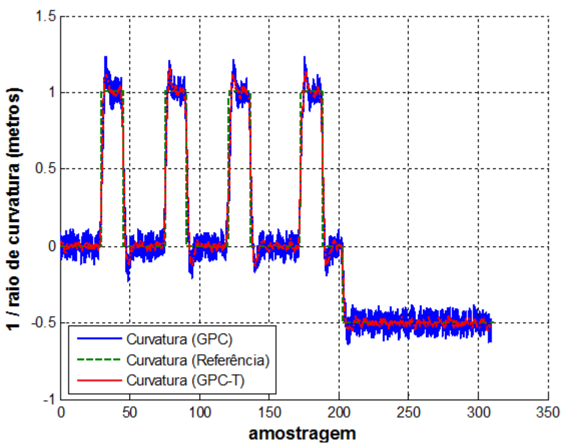
Figura 4. Seguimento de caminho para GPC (linha contínua) e GPC-T (linha traço-ponto); caso sem ruído nas saídas.

Para análise comparativa de desempenho do controladores, foram adicionadas incertezas como uma seqüência aleatória descorrelacionada nas saídas (orientação e posição) com amplitude na faixa de ±0,1 rad e de ±10 cm, respectivamente, para se aproximar ao processo real.

Na Fig. 5 (b), verifica-se o efeito da propriedade do GPC-T de rejeição de ruído, o qual não se propaga para o sinal de controle.



(a) Resposta de postura do robô móvel



(b) Sinal de controle (1/δ)

Figura 5. Seguimento de caminho para GPC (linha contínua) e GPC-T (linha traço-ponto); com ruído nas saídas.

ISBN: 978-85-8001-069-5

Observe também na Fig. 5 (b) que o GPC apresenta uma elevada variação no sinal de controle em relação ao GPC-T, enquanto que o GPC-T é capaz de lidar com os ruídos nas saídas, convergindo de forma robusta para a trajetória de referência (Fig. 5(a)), além disso, o mesmo é capaz de rejeitar incertezas do modelo e no tempo de atraso, mantendo a simplicidade da estrutura original e da sintonia do controlador.

Para ilustrar quantitativamente o desempenho dos controladores, a Tabela 1 mostra alguns resultados quanto ao erro de posição (e_y) e orientação (e_θ), pode-se notar que o controlador GPC-T apresenta um menor índice de erro de rastreamento da referência para o caso com ruído aditivo nas saídas, evidenciando os benefícios obtidos com utilização do GPC-T ao invés do GPC.

Tabela 1. Erro de desempenho na saída dos controladores.

Controlador	e_y	e_θ
GPC (sem ruído)	0,94 x 10^{-3}	0,52 x 10^{-3}
GPC-T (sem ruído)	0,89 x 10^{-3}	0,49 x 10^{-3}
GPC (com ruído)	4,32 x 10^{-3}	0,58 x 10^{-3}
GPC-T (com ruído)	1,01 x 10^{-3}	0,46 x 10^{-3}

5 Conclusão

Neste artigo foi estudada uma estratégia de controle preditivo robusto multivariável (GPC-T) para o problema de seguimento de caminho de robôs móveis. O controlador desenvolvido contém implicitamente um compensador de atrasos e apresenta robustez frente às incertezas e às dinâmicas não modeladas. Desta forma, uma análise da robustez foi realizada, mostrando o desempenho deste controlador e comparando com o GPC nominal, porém a estrutura abordada apresenta como vantagens principais a simplicidade tanto do ponto de vista de formulação quanto da sintonia, além disso, é conceitualmente mais simples de projetá-lo de acordo com o tipo de perturbação, já que o modelo das perturbações é usado para o cálculo do controle ótimo. O controlador permitiu manter as saídas nas referências desejadas frente as não-linearidades do processo e ao nível de ruído elevado nas medidas dos sinais de saída. Em trabalhos futuros pretende-se estudar detalhadamente as propriedades de robustez, estabilidade e factibilidade do algoritmo para propor metodologias para melhor sintonia do polinômio T e estender os resultados para algoritmos de controle preditivo não-lineares. Além de comparar o GPC-T com outras estratégias de controle que apresente aspectos de robustez intrínseca.

Agradecimentos

Agradecimento ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Referências Bibliográficas

Camacho, E. F. e Bordons, C. (2004). Model Predictive Control, 2nd edn, Springer Verlag.

Clarke, D. W. e Mohtadi, C. (1989). Properties of generalized predictive, Automatica 25: 859–875.

Clarke, D.; Mothadi, C. e Tuffs, P. (1987). Generalized Predictive Control. Part I The Basic Algorithm and Part II Extensions and Interpretations, Automatica 23(2): 137–160.

Freund, E., & Mayr, R. (1997). Nonlinear path control in automated vehicle guidance. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 13(1), 49-60.

Lim, H., Kang, Y., Kim, C., Kim, J. and You, B.J. (2008). Nonlinear model predictive controller design with obstacle avoidance for a mobile robot, Mechtronic and Embedded Systems and Applications, 2008. MESA 2008. IEEE/ASME International Conference on, pp. 494-499.

Gómez-Ortega, J. (1994). Navegation en robots mo viles basada en tecnicas de control predicitvo neuronal. PhD thesis. Escuela Sup. De Ingenieros, Univ. de Sevilla.

Gu, D.; Hu, H. (2002) Neural predictive control for a car-like mobile robot, Robotics and Autonomous Systems 39(2), p. 73-86.

Kühne, F.; Lages, W. F.; and Gomes Da Silva, J. M. G. (2004) Model predictive control of a mobile robot using linearization. Proc. IEEE Mechatron. Robot, vol. 4, pp. 525–530, Aachen, Germany.

Morari, M., Zafiriou E. (1989) Robust Process Control. PraticeHall, Englewwood Cliffs, NJ.

Normey-Rico, J. E., Gómez-Ortega, J. and Camacho, E. F. (1999) A Smith predictor based generalised predictive controller for mobile robot pathtracking in Control Eng. Pract., Jun. 1999, vol. 7, pp. 729–740.

Ollero, A., & Amidi, O. (1991). Predictive path tracking of mobile robots. Applications to the CMU Navlab. Proceedings of the IEEE Fifth International Conference on Advanced Robotics. (pp. 1081-1086) Pisa.

Palmor, Z. J. (1996). Time Delay Compensation:Smith Predictor and its Modifications, CRC Press and IEEE Press.

Raffo, G.; Gomes, G.; Normey-Rico, J.; Kelber, C. and Becker, L. (2009). A predictive controller for autonomous vehicle path tracking, Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on 10(1): 92-102.

Sun, S. (2005) Designing Approach on Trajectory Tracking Control of Mobile Robot. Robotcs and Computer-Integrated Manufacturing, New York, Elsevier, v. 21, n. 1, p. 81-85.

Yoon, T. W. e Clarke, D. (1994). Advances in Model-Based Predictive Control, chapter Towards Robust Adaptive Predictive Control, Oxford University Press.

ISBN: 978-85-8001-069-5