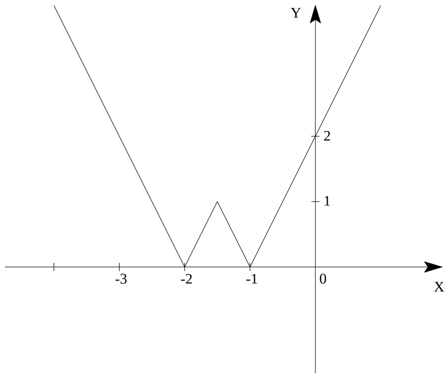
Questão 1. (2,0) Prove que se a, b, c e d são números racionais tais que $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = c\sqrt{2} + d\sqrt{3}$ então $a = c$ e $b = d$.

Questão 2. (2,0) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função crescente tal que, para todo x racional, vale $f(x) = ax + b$ (com $a, b \in \mathbb{R}$ constantes). Prove que se tem $f(x) = ax + b$ também se x for irracional.

Questão 3.

(a) (1,0) Determine uma função afim $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = ||f(x)| - 1|$, tenha o gráfico abaixo.

(b) (1,0) Expresse g na forma $g(x) = A + \alpha_1|x - a_1| + \alpha_2|x - a_2| + \ldots + \alpha_n|x - a_n|$, para algum n, explicitando os valores de A, $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$.



Questão 4. (2,0) Ache uma fração ordinária igual ao número real $\alpha = 3,757575\ldots$

Questão 5. Considere as seguintes possibilidades a respeito das funções afins $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, em que $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$.

A) $f(x) = g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

B) $f(x) \neq g(x)$ seja qual for $x \in \mathbb{R}$.

C) Existe um único $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = g(x)$.

Com essas informações,

(i) (1,0) Exprima cada uma das possibilidades acima por meio de relações entre os coeficientes a, b, c e d.

(ii) (1,0) Interprete geometricamente cada uma dessas 3 possibilidades usando os gráficos de f e g.